**XX районный фестиваль юных математиков**

*Младшая группа Финал 16 мая 2024 года*

1. Расставьте в левой части равенства 1 2 3 4 5 6 7 8 9 = 2024 несколько знаков «+» или «–» так, чтобы оно стало верным. Переставлять цифры местами нельзя. Правая часть равенства должна остаться без изменения.

Решение. 1234 – 5 + 6 + 789 = 2024.

2. Как с помощью циркуля и линейки построить угол равный 75°?

Решение. Алгоритм построения таков:

1 шаг. Построить равносторонний треугольник, значит, построить и угол 60°;

2 шаг. Построить биссектрису угла 60°, получить угол 30°;

3 шаг. Построить биссектрису угла 30°, получить угол 15°;

4 шаг. Сложить два угла 60° и 15°, получим угол 75°.

Может быть другой алгоритм построения, например, основанный на разности углов 90° и 15°.

3. Искусственный интеллект Василий вышел из-под контроля и заблокировал компьютер ученика Пети, который не хотел учится. Чтобы открыть доступ к любимым играм Василий предложил Пете решить простую задачу.

Посчитай, какое число будет стоять в последовательности:

1, 2, 3, 2, 3, 4, 3, 4, 5, 4, 5, 6, 5, 6, 7, 6, 7, 8, 7, 8, 9, 8, 9, 10… на 2024 месте.

*Автор задачи учитель информатики Егорлыкской СОШ №11 Даниелян Саркис Согомонович.*

Решение: В данной последовательности каждое новое число начиная с 3 (3,4,5,6,7…) появляется на месте кратном 3. Причем:

|  |  |
| --- | --- |
| Число | Место |
| 3 | 3 (3·1) |
| 4 | 6 (3·2) |
| 5 | 9 (3·3) |
| 6 | 12 (3·4) |
| 7 | 15 (3·5) |
| 8 | 18 (3·6) |
| 9 | 21 (3·7) |
| … | … |

Заметим закономерность: число = (место/3) + 2. Ближайшее число к 2024 кратное 3 это 2022. 2022/3 + 2 = 674 + 2 = 676. Число 676 – появляется на 2022 месте. Значит далее идут числа 675, 676 на 2023 и 2024 местах соответственно.

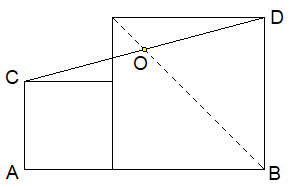
Ответ: 676.

4. Сколько всего четырехзначных чисел, которые делятся на 17 и оканчиваются на 17?

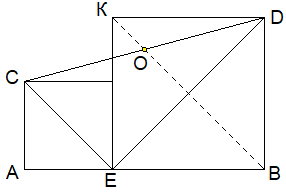
Решение. Пусть искомое число , тогда разность тоже кратно 17. Но , и поскольку числа 17 и 100 взаимно просты, то двузначное число делится на 17. Таких чисел всего пять: 17, 34, 51, 68 и 85. Легко убедиться, что все числа 1717, 3417, 5117, 6817 и 8517 удовлетворяют условию.

Ответ: 5.

5. На отрезке АВ построены два различных прилегающих друг к другу квадрата (см. рисунок). Докажите, что диагональ большего квадрата делит отрезок СD пополам.



Решение. Проведем диагонали СЕ и ЕD этих квадратов. Диагональ ВЕ делит Е пополам и параллельна СЕ. Значит, ВК пересекает треугольник СЕD по средней линии и делит отрезок СD пополам.



6. В стозначном числе 12345678901234567890…1234567890 вычеркнули все цифры на нечетных местах. В полученном пятидесятизначном числе снова вычеркнули все цифры на нечетных местах. Такое вычеркивание продолжалось до тех пор, пока не осталась одна цифра. Какая это цифра?

Решение. Пронумеруем цифры данного 100-значного числа числами от 1 до 100. На первом шаге вычеркиваются цифры с нечетными номерами, значит, остаются цифры четными номерами;

на втором шаге остаются цифры с номерами кратными 4;

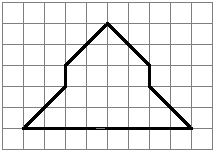
на третьем шаге остаются цифры с номерами кратными 8, и т. д.;

на предпоследнем шаге останутся числа кратные 32, то есть останутся цифры с номерами 32, 64, 96;

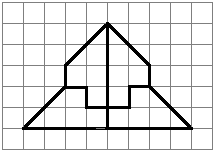
на последнем шаге вычеркиваются цифры с номерами 32 и 96, и остается цифра с номером 64. Цифра с номером 64 – это цифра 4.

Ответ. 4.

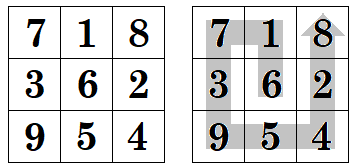
7. Можно ли фигуру, изображенную на клетчатой бумаге, разрезать на 4 равные части?



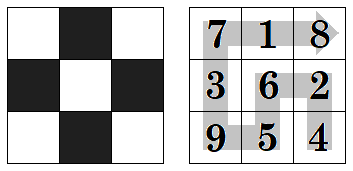
Решение. Можно, смотрите рисунок.



8. Квадрат 3×3 заполнен цифрами так, как показано на рисунке слева. Разрешается ходить по клеткам этого квадрата, переходя из клетки в соседнюю (по стороне), нужно пройти все клетки, при этом ни в какую клетку не разрешается попадать дважды. Рома прошёл, как показано на рисунке справа, и выписал по порядку все цифры, встретившиеся по пути, – получилось число 617395428. Нарисуйте другой путь так, чтобы получилось наименьшее девятизначное число.



Решение. Если обойти все клетки доски, то получится девятизначное число. Девятизначное число тем меньше, чем меньше его первая цифра. Но девятизначного числа, начинающегося с 1, построить не удастся. Более того, ни для какой из чёрных клеток (см. рисунок ниже слева) не существует начинающегося в ней пути, проходящего по всем клеткам доски. Действительно, ход из чёрной клетки всегда приводит в белую. Всего чёрных клеток четыре, поэтому белых клеток на любом таком пути тоже не более четырёх – все пять белых клеток так не обойти.



Поэтому надо начать с самой меньшей "белой" цифры – цифры 4, перейти к её наименьшему соседу, цифре 2, а потом к её наименьшему соседу, цифре 6. Затем придётся перейти к клетке с цифрой 5 – иначе обойти всю доску не получится. Далее путь единственный. Наименьшее число, которое можно получить, –(см. рис. справа).

Ответ. 426593718.